



Кафедра математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»



От анализа достижения предметных результатов по итогам ОГЭ к выстраиванию траектории повышения качества обучения по математике

региональный семинар-практикум

**Афанасьева Светлана Геннадьевна, кандидат педагогических наук,
заведующий кафедры математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»**

31.01.2025г.

Самара

Цель: 1) Повышение качества математического и естественно-научного образования в 2025 году.

Количество участников ОГЭ, получивших отметку «2», в 2024 году составляет **14,3%**.

Количество участников ОГЭ, получивших «3», в 2024 году составляет **39,8%**.

2) Разработка методических рекомендаций по разбору заданий, вызывающих затруднения на «западающие» КЭС ОГЭ при их выполнении обучающимися образовательных организаций Самарской области. Рассмотрены приёмы решения некоторых заданий.

3) Проведение «методического аудита» школ, находящихся в зоне риска.

По результатам проведенного методического аудита в 2024 году количество школ с низкими образовательными результатами с **28** снизилось до **22** (составило **27,3 %**).

Анализ итогов ОГЭ и видеоразбор всех заданий КИМ ОГЭ



<https://disk.yandex.ru/client/disk/региональный%20семинар-практикум%20>

Липилина Вера Васильевна,
*Тольяттинский государственный
университет, доцент кафедры «Высшая
математика и математическое
образование», кандидат педагогических
наук, доцент.
Председатель предметной комиссии,
математика.*



Кафедра математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»

От анализа достижения предметных результатов по итогам ОГЭ к выстраиванию траектории повышения качества обучения по математике

региональный семинар-практикум

31.01.2025

Бобрович Елена Михайловна, старший преподаватель кафедры
математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»



Динамика результатов ОГЭ по математике



Получили отметку	2022 г.		2023 г.		2024 г.	
	чел.	%	чел.	%	чел.	%
«2»	3942	14,1	4246	14,4	4444	14,3
«3»	11818	42,3	11463	39,0	12375	39,8
«4»	8884	31,8	10330	35,1	11076	35,6
«5»	3277	11,7	3368	11,5	3221	10,4



4444 чел. (14,3%) не набрали минимальное количество баллов по математике.

2032 чел. (6,7%) преодолели минимальную границу с запасом в 1-2 балла.

Основная часть выпускников 9 класса продемонстрировали базовый уровень математической подготовки.

85,7 % - уровень обученности участников ОГЭ по региону (выпускники, получившие отметки «3», «4» и «5»).

46,0% качество обученности: (выпускники, получившие отметки «4» и «5») - выпускников 9 класса смогут изучать математику на углубленном уровне в средней школе.



**Распоряжение Правительства Российской
Федерации от 19 ноября 2024 г. № 3333-р от
26 ноября 2024 г**



**Комплексный план мероприятий по повышению качества математического и
естественно-научного образования на период до 2030 года**

Ожидаемые результатом реализации плана:

1. Увеличение к 2030 году до 30% доли молодых учителей естественнонаучных предметов.
2. Увеличение не менее чем на 10% числа обучающихся, углубленно изучающих математику и естественные науки.
3. Повышение до 35% доли сдающих ЕГЭ по профильной математике и естественнонаучным предметам.

Выполнение заданий ОГЭ по математике в 2023 г. и в 2024 г. (процент)

Номер задания 2024	Проверяемые умения	Наименование раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания	Уровень сложности	Самарское		Западное		Кинельское		Отраденское		Поволжское		Северное	
						2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024
25	Умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямо угольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей	Геометрия 2023 г. - 0,5% 2024 г. - 0,4%	7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 7..6	Геометрические фигуры и их свойства Треугольник Многоугольники Окружность и круг Измерение геометрических величин Векторы на плоскости	В	0,8	0,6	0,3	0,2	0,4	0,1	0,0	0,1	0,4	0,1	0,5	0,1
23		Геометрия 2023 г. - 17,2% 2024 г. - 4,1%			П	20,3	5,7	16,8	3,0	13,9	2,7	11,6	2,0	17,1	3,0	18,0	4,9
22	Умение строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни; умение выражать формулами зависимости между величинами	Функции и их свойства 2023 г. - 4,5% 2024 г. – 6,2%	5.1	Числовые функции	В	6,6	9,4	3,3	3,7	2,9	4,9	1,4	2,3	2,9	4,4	2,6	5,4
24	Умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство; распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, строить высказывания и отрицания высказываний	Геометрия 2023 г. –10,8% 2024 г. –11,2%	7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 7..6	Геометрические фигуры и их свойства Треугольник Многоугольники Окружность и круг Измерение геометрических величин Векторы на плоскости	П	14,1	15,7	9,0	6,6	9,2	8,2	5,2	6,4	9,6	10,3	9,7	11,7
20	Умение решать линейные и квадратные уравнения, системы ли нейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квад ратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем	Алгебраическ ие выражения Уравнения и неравенства 2023 г. –24,3% 2024 г. –16,7%	2.1 2.3 3.1 3.2	Буквенные выражения. Выражения с переменными Многочлены Уравнения Неравенства	П	28,0	20,9	22,1	12,2	23,3	14,8	18,6	11,2	23,0	16,7	25,2	17,8

Номер задания 2024	Проверяемые умения	Наименование раздела	Код контролируемо	Элементы содержания	Уровень сложности	Северо-Восточное		Северо-Западное		Тольяттинское		Центральное		Юго-Восточное		Юго-Западное		Южное	
						2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024
25	Умение применять формулы периметра и площади многоугольников, длины окружности и площади круга, объёма прямоугольного параллелепипеда; умение применять признаки равенства треугольников, теорему о сумме углов треугольника, теорему Пифагора, тригонометрические соотношения для вычисления длин, расстояний, площадей	Геометрия 2023 г.-0,5% 2024 г. -0,4%	7.1 7.2 7.3 7.4	Геометрические фигуры и их свойства Треугольник Многоугольники Окружность и круг Измерение геометрических величин Векторы на плоскости	В	0,5	0,4	0,1	0,5	0,4	0,4	0,1	0,0	0,2	0,2	0,0	0,1	0,0	0,3
23		Геометрия 2023 г. -17,2% 2024 г. - 4,1%	7.5 7..6		П	16,2	3,5	13,3	3,4	17,9	4,0	11,2	1,0	12,8	1,7	9,7	2,4	13,6	4,8
22	Умение строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни; умение выражать формулами зависимости между величинами	Функции и их свойства 2023 г. - 4,5% 2024 г. – 6,2%	5.1	Числовые функции	В	3,2	4,4	3,2	4,9	5,1	6,0	1,5	1,7	0,9	3,2	2,0	2,6	1,9	3,0
24	Умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, доказательство; распознавать истинные и ложные высказывания, приводить примеры и контрпримеры, строить высказывания и отрицания высказываний	Геометрия 2023 г. –10,8% 2024 г. –11,2%	7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 7..6	Геометрические фигуры и их свойства Треугольник Многоугольники Окружность и круг Измерение геометрических величин Векторы на плоскости	П	9,2	10,8	6,7	9,6	11,4	10,9	6,3	4,8	5,5	6,1	4,8	4,7	5,8	6,4
20	Умение решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем	Алгебраические выражения Уравнения и неравенства 2023 г. –24,3% 2024 г. –16,7%	2.1 2.3 3.1 3.2	Буквенные выражения. Выражения с переменными Многочлены Уравнения Неравенства	П	21,5	18,8	19,9	15,9	25,2	15,9	12,9	8,6	17,5	13,2	20,0	12,6	20,4	15,8

Номер задания 2024	Проверяемые умения	Наименование раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания	Уровень сложности	Самарское		Западное		Кинельское		Отрадненское		Поволжское		Северное	
						2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024
21	Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение	Алгебраические выражения Уравнения и неравенства 2023 г. –10,1% 2024 г. –16,5%	2.1 2.3 3.1 3.2 3.3	Буквенные выражения. Выражения с переменными Многочлены Уравнения Неравенства Текстовые задачи	П	12,0	21,8	10,0	12,7	9,3	12,5	9,1	11,5	8,1	15,3	10,1	14,5
4	Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение;	Числа и вычисления. Геометрия 2023 г. –40,4% 2024 г. –27,4%	1.1. 1.2 7.1	Натуральные числа. Дроби Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Б	43,4	29,5	35,2	28,5	39,7	23,4	42,2	22,6	42,0	27,6	37,8	25,8
3	умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире	Числа и вычисления. Геометрия 2023 г. –58,5% 2024 г. –49,1%			Б	62,7	52,7	50,9	48,5	62,7	47,9	60,1	54,7	61,9	52,5	60,2	55,2

Номер задания 2024	Проверяемые умения	Наименование раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания	Уровень сложности	Северо-Восточное		Северо-Западное		Тольяттинское		Центральное		Юго-Восточное		Юго-Западное		Южное	
						2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024	2023	2024
21	Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение	Алгебраические выражения Уравнения и неравенства 2023 г. –10,1% 2024 г. –16,5%	2.1 2.3 3.1 3.2 3.3	Буквенные выражения. Выражения с переменными Многочлены Уравнения Неравенства Текстовые задачи	П	10,0	16,7	6,9	14,8	9,9	15,3	4,0	7,1	6,8	10,7	9,8	12,2	13,9	10,9
4	Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение	Числа и вычисления. Геометрия 2023 г. –40,4% 2024 г. –27,4%	1.1. 1.2 7.1	Натуральные числа. Дроби Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин	Б	35,8	26,8	32,1	24,5	42,0	26,6	39,7	30,7	34,9	17,9	32,0	22,4	30,2	20,9
3	Умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире	Числа и вычисления. Геометрия 2023 г. –58,5% 2024 г. –49,1%			Б	61,3	54,7	50,6	51,6	57,6	48,2	56,0	49,1	56,8	45,2	45,1	39,8	53,0	76,8

Выводы по результатам ОГЭ по математике в 2023 и 2024 гг.

Наибольшие затруднения вызывали задания:

Базового уровня – 3, 4,

Повышенного уровня – 20, 21, 23, 24

Высокого уровня – 22, 25

Недостаточно сформированы метапредметные умения:

- ✓ проводить небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- ✓ выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- ✓ владеть способами самопроверки, самоконтроля и результата решения математической задачи; умения находить ошибку;
- ✓ осуществлять выбор наиболее подходящего способа решения учебной задачи с учетом имеющихся ресурсов и собственных возможностей;
- ✓ выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями;
- ✓ делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений; обосновывать собственные рассуждения.

Низкий уровень достижения предметного содержания по разделам:

Код раздела	Наименование раздела	Код контролируемого элемента	Элементы содержания
1, 7	Числа и вычисления. Геометрия	1.1. 1.2 7.1	Натуральные числа. Дроби Геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин
4	Числовые последовательности	4.1, 4.2	Понятие последовательности Арифметическая и геометрическая прогрессии
2,3,	Алгебраические выражения Уравнения и неравенства	2.1 2.3 3.1 3.2 3.3	Буквенные выражения. Выражения с переменными Многочлены Уравнения Неравенства Текстовые задачи
5	Функции и их свойства	5.1	Числовые функции
7	Геометрия	7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 7..6	Геометрические фигуры и их свойства Треугольник Многоугольники Окружность и круг Измерение геометрических величин Векторы на плоскости

Скачать материалы: <https://disk.yandex.ru/i/oca0YhIS1mceQw>



Рекомендации по повышению качества результатов ОГЭ по математике



**Практико-ориентированное задание базового уровня
сложности №3 (средний процент выполнения 49,1%).**

1. Необходимо вести работу по формированию навыков смыслового чтения.
2. Рассматривать задания, в которых необходимо выбирать, анализировать информацию различных видов и форм представления.
3. Вести работу по совершенствованию вычислительных навыков.
4. Повторять теоретический материал.
5. Обучать способам самоконтроля и рефлексии.

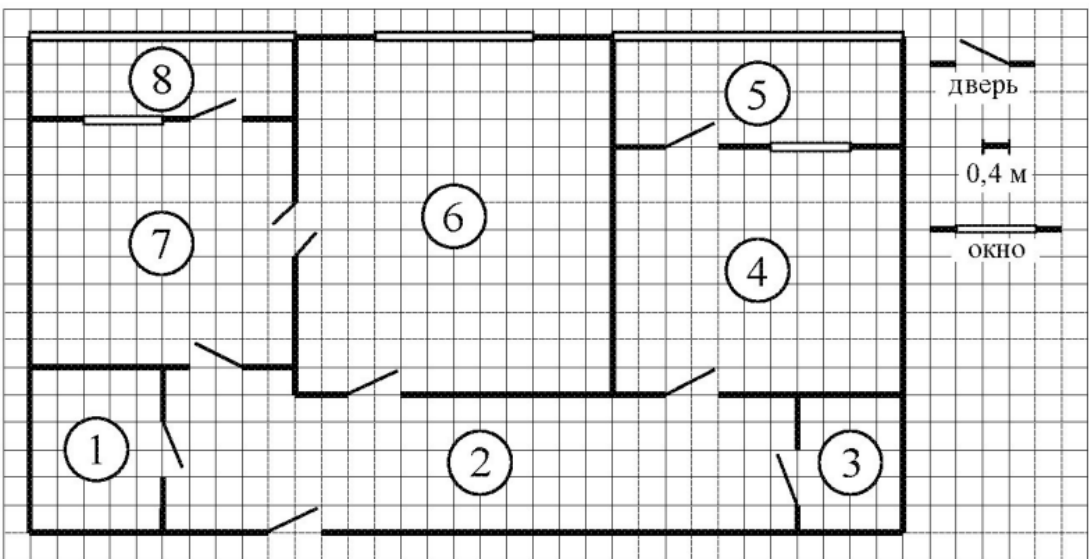


Рекомендации по повышению качества результатов ОГЭ по математике



**Практико-ориентированное задание базового уровня
сложности №4 (средний процент выполнения 27,4%).**

1. Необходимо вести работу по формированию навыков смыслового чтения.
2. Рассматривать разнообразные способы выполнения задания.
3. Рассматривать задания, для успешного решения которых необходимо применять знания из разных разделов математики.
4. Вести работу по формированию навыков устных и письменных вычислений.



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клетки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка.

Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора — дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение — гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	коридор	кладовая	спальня	гостиная
Цифры				

96,3%

2 Плитка для пола размером 40 см на 40 см продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить пол в санузле?

55,1%

Ответ: _____.

3 Найдите площадь коридора. Ответ дайте в квадратных метрах.

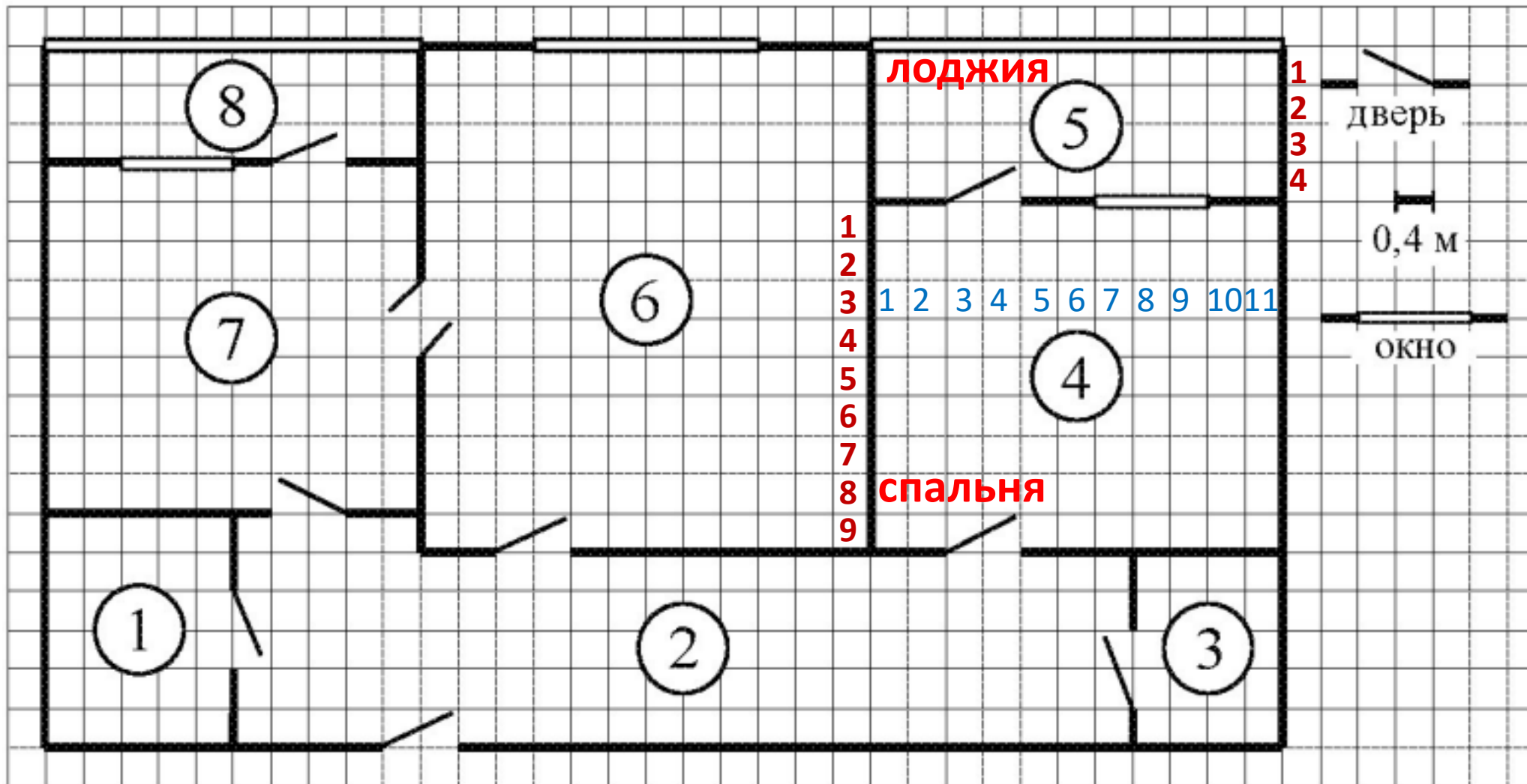
49,1%

Ответ: _____.

4 На сколько процентов площадь спальни больше площади лоджии, примыкающей к спальне?

27,4%

Ответ: _____.



4

На сколько процентов площадь спальни больше площади лоджии, примыкающей к спальне?



Рекомендации по повышению качества результатов ОГЭ по математике



Задание базового уровня

сложности № 14 (средний процент выполнения в 2023 г. 41,6%).

- 1. Учить применять определения, понятия и формулы арифметической и геометрической прогрессий.**
- 2. Рассматривать разнообразные способы выполнения задания.**
- 3. Использовать справочные материалы по математике.**

Задания базового уровня сложности включать в устный счет, в классные, самостоятельные, домашние задания. рассматривать аналогичные задания с целыми числами для прочного усвоения алгоритмов выполнения заданий. При выполнении заданий требовать от обучающихся пояснений и обоснований.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ
АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$
- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$
если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$
- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:
$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$
- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :
$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$
- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$
- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :
$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$
- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:
$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$
- Формулы сокращённого умножения:
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$
$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:
$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$
- Свойства степени при $a > 0, b > 0$:
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$
$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$
$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$
$$(a^n)^m = a^{nm};$$
$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Площади фигур



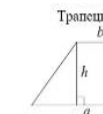
$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



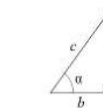
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$$d_1, d_2 \text{ — диагонали}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

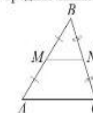
Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.

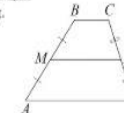
Средняя линия треугольника и трапеции



$$MN \text{ — ср. лин.}$$

$$MN \parallel AC$$

$$MN = \frac{AC}{2}$$



$$BC \parallel AD$$

$$MN \text{ — ср. лин.}$$

$$MN \parallel AD$$

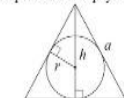
$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



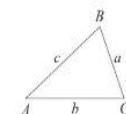
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$
где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Рекомендации по повышению качества результатов ОГЭ по математике



**Задание высокого уровня
сложности № 22 (средний процент выполнения 6,2%).**

1. Формировать умение выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями.
2. Уделять внимание аккуратному построению графиков элементарных функций.
3. Рассматривать с обучающимися, у которых есть желание и возможности построение графиков с модулем, параметром и др.



Рекомендации по повышению качества результатов ОГЭ по математике



Задания повышенного и высокого уровня сложности № 23 (средний процент выполнения 4,1%), 24 (средний процент выполнения 11,2%), 25 (средний процент выполнения 0,4%),

1. Изучать теоретический материал, доказательство теорем, свойств.
2. Вести работу по формированию устной и письменной речи обучающихся, графической культуры.
3. Формировать умение проводить самостоятельно доказательство математических фактов, выстраивать аргументацию, обосновывать собственные рассуждения, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать и анализировать полученный результат.
4. Формировать умение находить решения нестандартных ситуациях.



Рекомендации по повышению качества результатов ОГЭ по математике



На основе проведенного анализа выполнения заданий КИМ в 2024 году учителям математики образовательных организаций рекомендуется вести работу над формированием следующих умений:

- 1) умение выполнять вычисления и преобразования, использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, умение строить и исследовать простейшие математические модели;
- 2) умение составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами;
- 3) умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса математики, алгебры и геометрии;
- 4) умение математически грамотно и логично записывать решение, приводя при этом необходимые пояснения, доказательство и обоснование основных шагов решения;



Рекомендации по повышению качества результатов ОГЭ по математике



На основе проведенного анализа выполнения заданий КИМ в 2024 году учителям математики образовательных организаций рекомендуется вести работу над формированием следующих умений:

- 5) умение строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели; умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.
- 6) при решении практико-ориентированных задач основной акцент делать не на рассмотрение всех типов задач, а на отработку навыков анализа условия задачи, навыков построения математической модели, решения полученной задачи, интерпретации полученного ответа.



Краткий список полезных источников и материалов



Материалы ОГЭ по математике, опубликованные на сайте ФГБНУ «ФИПИ»

(<http://fipi.ru/>):

- кодификатор проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования и элементов содержания для проведения ОГЭ,
 - спецификация и демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов ОГЭ 2025 г. по математике;
 - задачи из открытого банка заданий ОГЭ по математике на официальном сайте ФГБНУ «ФИПИ» (<https://oge.fipi.ru/bank/index.php?proj=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0>).
- Трёхуровневая образовательная платформа «Гиперматика»: ГИПЕРМАТИКА (<https://math.ru/>).

При подготовке к учебным занятиям можно использовать материалы ФГИС «Моя школа» – материалы которой постоянно пополняются. На сайте библиотеки цифрового образовательного контента разработаны учебные занятия для всех классов.

<https://lesson.edu.ru/catalog>



Кафедра математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»

От анализа достижения предметных результатов по итогам ОГЭ к выстраиванию траектории повышения качества обучения по математике

региональный семинар-практикум

31.01.2025

Афимьина Наталья Георгиевна,
учитель математики, ГБОУ СОШ №6 г.о.Сызрань

ОГЭ: задание 3

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

ФГБНУ «Федеральный институт
педагогических измерений»



О.А. Решетникова

« 20 » ноября 2024 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель

Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

Д.В. Ливанов

« 20 » ноября 2024 г.

Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)

Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов основного
государственного экзамена 2025 года
по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант ОГЭ 2025 г.

МАТЕМАТИКА, 9 класс.

9 / 20

- 1 Завод допускает установку шин разных размеров. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	13	14	15
165	165/70	165/65	—
175	175/65	175/65; 175/60	—
185	185/65; 185/60	185/60	185/55
195	195/60	195/55	195/55; 195/50

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 15 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

- 2 На сколько миллиметров радиус колеса с шиной 205/55 R14 больше, чем радиус колеса с шиной 165/65 R14?

Ответ: _____.

- 3 На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами 195/50 R15?

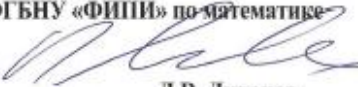
Ответ: _____.

- 4 Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

Основные проверяемые требования к математической подготовке



«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

Д.В. Ливанов
« 08 » августа 2024 г.

Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)

Спецификация
контрольных измерительных материалов
для проведения в 2025 году
основного государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ

подготовлена федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Прототип 3:

Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения по условию задачи, исследовать полученное решение; умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов; умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире.

Уровень сложности: Б

КТ8-10. Умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение

Умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов

Умение распознавать равенство, симметрию и подобие фигур, параллельность и перпендикулярность прямых в окружающем мире

Обобщённые формулировки требований к предметным результатам из ФГОС 2010 г.



«СОГЛАСОВАНО»
Председатель
Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике
Д.В. Ливанов
« 08 » января 2024 г.

- ✓ Развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию);
- ✓ нахождение процента от числа, числа по проценту от него;
- ✓ нахождение процентного отношения двух чисел, нахождение процентного снижения или процентного повышения величины;
- ✓ решение логических задач

Государственная итоговая аттестация по образовательным программам
основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)

Кодификатор
проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной
программы основного общего образования и элементов содержания
для проведения основного государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ

Типы заданий:

- ✓ Шины;
- ✓ План местности
- ✓ План квартиры;
- ✓ Тарифы;
- ✓ План участка;
- ✓ Листы бумаги;
- ✓ Печи для бани;
- ✓ Зонты;
- ✓ Коробки;
- ✓ Колесо обозрения.

Система оценивания

Демонстрационный вариант ОГЭ 2025 г.

МАТЕМАТИКА, 9 класс.

15 / 20

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

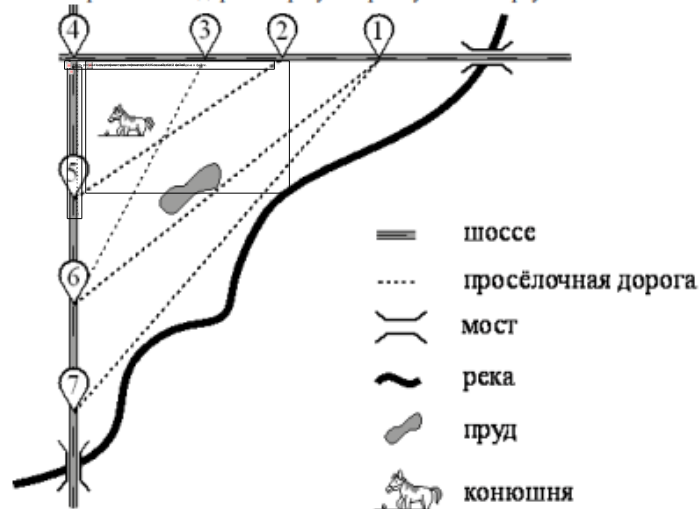
За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Задание 1

На рисунке изображён план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновка (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге мимо реки. Есть другой путь — по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорки, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово.

Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам — со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки — 4 км, от Егорки до Ванютино — 12 км, от Горюново до Ванютино — 15 км, от Ванютино до Жилино — 9 км, а от Жилино до Богданово — 12 км.

Задание 3.

Найдите расстояние от Егорки до Жилино по прямой. Ответ дайте в километрах.

Blank area for the answer.

Задача 2

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	дровяная	8–12	40	18 000
2	дровяная	10–16	48	19 500
3	электрическая	9–15,5	15	15 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6500 руб.

3. Во сколько рублей обойдётся покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, с доставкой, если доставка печи до дачного участка будет стоить 1400 рублей?

$$19500 + 1400 = 20900$$

Задача 3

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



Рис. 1

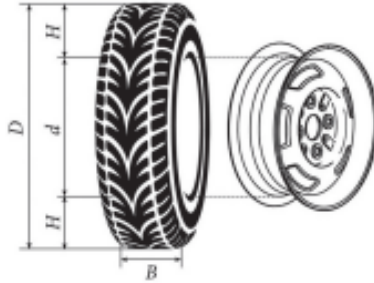


Рис. 2

Автомобильное колесо представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине. Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число означает ширину шины B в миллиметрах. Следующее число означает высоту боковины шины H в процентах ширины. В приведённом примере ширина шины равна 195 мм, а высота боковины равна 65 % от 195, то есть 126,75 мм.

Буква обозначает тип конструкции шины. Буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в шине расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За буквой указан диаметр диска d в дюймах. На рисунке шина рассчитана на диск диаметром 15 дюймов. В одном дюйме 25,4 мм.

Таким образом, зная маркировку шины, можно найти общий диаметр колеса D .

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 165/70 R13.

3. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колеса, установленные на заводе, колесами с шинами маркировки 195/50 R15?

$$D = d + 2H$$

$$d_1 = 13 \cdot 25,4 = 330,2 \text{ (мм)},$$

$$100 \cdot \frac{H_1}{B_1} = 70 \Leftrightarrow H_1 = \frac{70 \cdot B_1}{100} \Leftrightarrow H_1 = 115,5 \text{ мм},$$

$$D_1 = d_1 + 2H_1 = 561,2 \text{ мм.}$$

$$D_2 = d_2 + 2H_2 = 576 \text{ мм.}$$

$$D_2 - D_1 = 576 - 561,2 = 14,8 \text{ (мм).}$$

Задача 4

- 3. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 185/55 R15 меньше, чем радиус колеса с шиной маркировки 205/50 R15?

Для 185/55 R15 получается $185 \cdot 0,55 = 101,75$ мм

Для 205/50 R15 получается $205 \cdot 0,5 = 102,5$ мм

При расчетах не учитываем диаметр диска, так как они одинаковые

$102,5 - 101,75 = 0,75$ мм



Кафедра математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»



От анализа достижения предметных результатов по итогам ОГЭ к выстраиванию траектории повышения качества обучения по математике

региональный семинар-практикум

31.01.2025

Жукова Светлана Владимировна, учитель математики, высшая категория
Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской
области гимназия города Сызрани городского округа Сызрань Самарской области.



Кафедра математического и естественнонаучного
образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»



**Основные проверяемые требования
к предметным результатам
освоения основной образовательной программы
(задание №4)**

- умение решать задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, движение, работу, цену товаров и стоимость покупок и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами);
- умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение;
- умение решать задачи, в том числе из повседневной жизни, на нахождение геометрических величин с применением изученных свойств фигур и фактов.



Кафедра математического и естественнонаучного
образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»



Сформированность метапредметных умений:

- Базовые логические действия
- Базовые исследовательские действия
- Работа с информацией
- Самоорганизация
- Самоконтроль



Кафедра математического и естественнонаучного
образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»



Виды и типы заданий №4 в КИМ ОГЭ. Критерии оценивания

- Мобильные тарифы
- Домохозяйство
- Квартиры
- Листы бумаги
- Маркировка шин
- Печи для бани
- План местности (дорожки)



Рис. 1

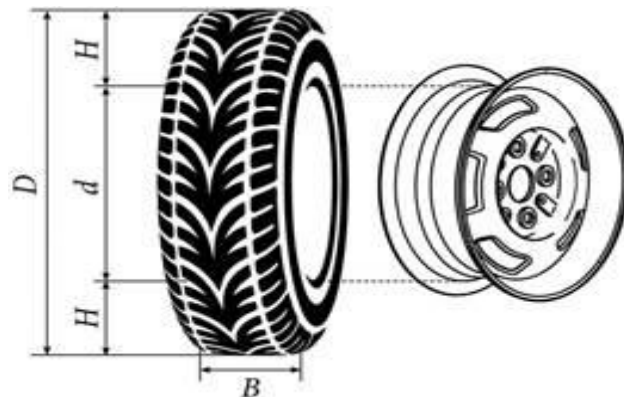


Рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot H/B$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит внедорожники определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 215/65 R16.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ



ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Задание 4.

**Найдите диаметр колеса автомобиля,
выходящего с завода. Ответ дайте
в миллиметрах.**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ



ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Типичные ошибки:

- **Неправильно расставлена маркировка**
- **Неверное решена пропорция при нахождении высоты шины H**
- **Диаметр диска d не переведен из дюймов в мм**
- **Перепутаны два понятия диаметр колеса и диаметр диска**
- **При нахождении диаметра колеса по формуле $D=H+d+H$ сделана вычислительная ошибка**



Решение:



Завод производит внедорожники определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 215/65 R16. Из текста следует вывод, что:
 $B=215$;

$$65=100 \cdot H/B, \text{ т.е. } 65=100 \cdot H/215$$

$$H=139,75$$

$$d=16 \text{ дюймов или } d=16 \cdot 25,4=406,4 \text{ мм}$$

$$D=H+d+H=139,75+406,4+139,75=685,9$$

Ответ: **685,9**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ



Задание 4.

Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут мимо пруда через Горюново?

Типичные ошибки:

- **Неправильно расставлены деревни;**
- **Из формулы $S=v*t$ неправильно выражено время $t=S/v$;**
- **Дорога из Антоновки в Богданово через Горюново проходит и по шоссе, и по проселочной дороге, а там разные скорости.**
- **Время должно быть выражено в минутах, а по условию задачи время дано в часах;**
- **Вычислительные ошибки.**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

Решение:



Из текста следует вывод, что: Антоновка - 1, Горюново – 6, Богданово – 7. Из предыдущих пунктов задачи и из условия задачи расстояние от Антоновки до Горюново 25 км по проселочной дороге, где скорость $v=30$ км/ч, от Горюново до Богданово 6 км по шоссе, где скорость $v=50$ км/ч.

$$t_{1,6}=25/30 \text{ ч.}$$

$$t_{6,7} = 6/50 \text{ ч.}$$

$$t_{\text{общее}} = t_{1,6} + t_{6,7} = (25/30 + 6/50) \text{ ч.}$$

Так как ответ должен быть в минутах умножаем результат на 60, т.е.

$$t_{\text{общее}} = t_{1,6} + t_{6,7} = (25/30 + 6/50)*60 = 50 + 7,2 = 57,2 \text{ минуты.}$$

Ответ: **57,2**

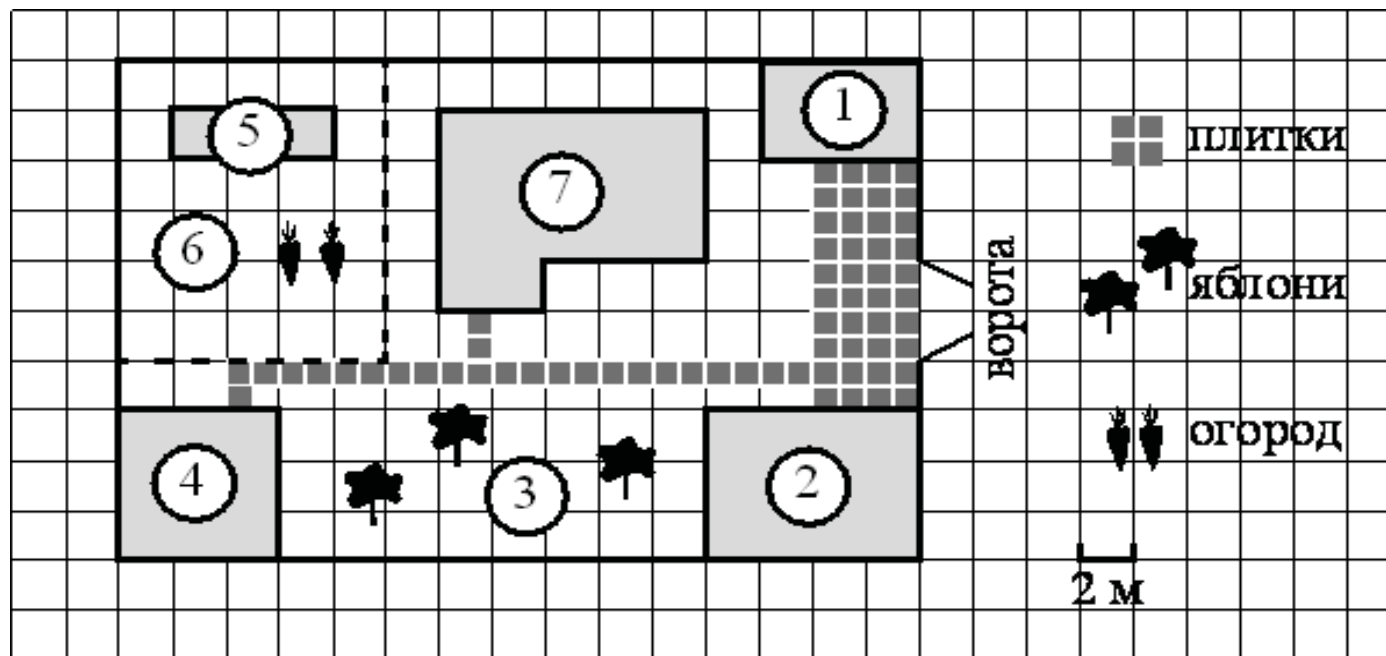


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

3. Домохозяйство.



ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ



На плане изображён дачный участок по адресу: п. Сосновка, ул. Зелёная, д. 19 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится гараж. Справа от ворот находится сарай площадью 24 кв. м, а чуть подальше — жилой дом.

Напротив жилого дома расположены яблоневые посадки. Также на участке есть баня, к которой ведёт дорожка, выложенная плиткой, и огород с теплицей внутри (огород отмечен на плане цифрой 6).

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м×1 м. Между гаражом и сараем находится площадка, вымощенная такой же плиткой.

К участку подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.



Задание 4.

**Сколько процентов от площади всего огорода
занимает теплица?**



Типичные ошибки:

- **Неправильно расставлены номера построек;**
- **Незнание формулы площади прямоугольника;**
- **Неправильно составлена пропорция;**
- **Перевод площадей огорода и теплицы в м^2 , хотя при составлении пропорции можно и нужно работать с клетками;**
- **Вычислительные ошибки.**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

Решение:



Из текста следует вывод, что:

5 – это теплица;

6 – огород.

Измерим площадь данных построек в клетках: теплица – 3 клетки, огород – 30 клеток. Вопрос задачи сколько процентов составляет теплица, а значит именно ее площадь принимаем за X%, тогда площадь огорода принимаем за 100%.

Составим пропорцию:

3 клетки – X%

30 клеток – 100%

$$\mathbf{3/X=30/100}$$

$$\mathbf{X=10\%}$$

Ответ: 10

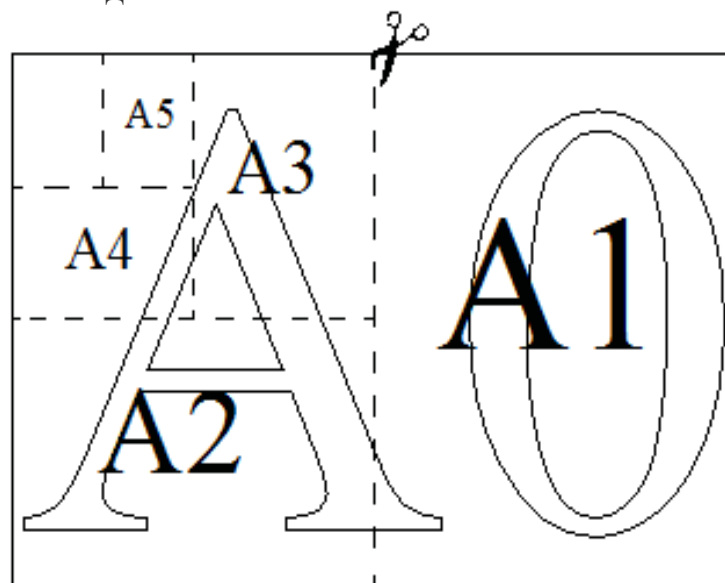


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ



3. Листы бумаги

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.



Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

Задание 4.

Найдите отношение длины большей стороны листа формата A1 к меньшей. Ответ округлите до десятых.

Типичные ошибки:

- **Неправильно расставлены форматы и габариты листов бумаги;**
- **Незнание понятия «отношение»;**
- **Вычислительные ошибки при делении;**
- **Округление до десятых произведено не по правилам математического округления.**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ



Решение:

Из текста следует вывод, что:

**формат А1 имеет габариты 841*594, следовательно,
большая сторона 841, меньшая сторона 594.**

Длина/ ширину = $841/594=1,4158...\approx 1,4$

Ответ: 1,4



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

Кафедра математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»



От анализа достижения предметных результатов по итогам ОГЭ к выстраиванию траектории повышения качества обучения по математике

региональный семинар-практикум

31.01.2025

Сягаева Ольга Геннадьевна
ГБОУ СОШ № 13 г.Жигулевск

Спецификация КИМ ОГЭ 2025 г.

№	Основные проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы	Коды проверяемых элементов содержания	Коды требований	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания
14	Умение использовать свойства последовательностей, формулы суммы и общего члена при решении задач, в том числе задач из других учебных предметов и реальной жизни	4	7	Б	1

Кодификатор КИМ ОГЭ 2025 г.

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам базового уровня освоения основной образовательной программы основного общего образования	Метапредметный результат	Обобщённые формулировки требований к предметным результатам из ФГОС 2010 г.
7	Умение оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии; умение использовать свойства последовательностей, формулы суммы и общего члена при решении задач, в том числе задач из других учебных предметов и реальной жизни	МП 1.1; 1.2; 1.3; 3.1; 3.2	Оперирование на базовом уровне понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия

Метапредметные результаты

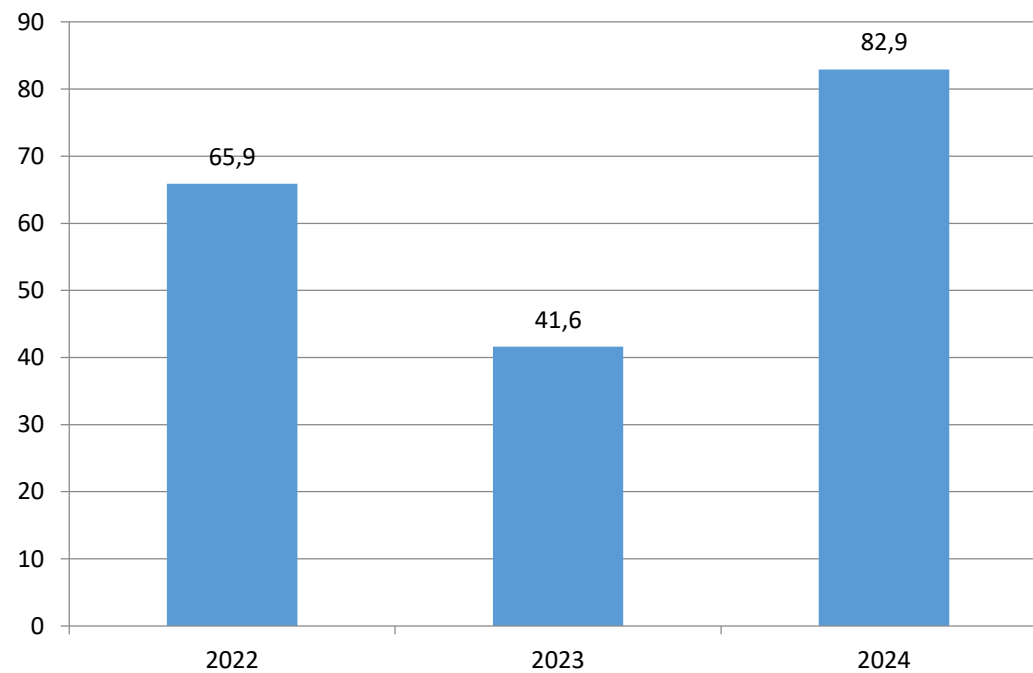
Познавательные УУД

- Базовые логические действия
- Базовые исследовательские действия
- Работа с информацией

Регулятивные УУД

- Самоорганизация
- Самоконтроль

Динамика выполнения задания № 14



№	Содержание задания в КИМ ОГЭ	Содержательные ошибки
№ 14.	Задание с практическим содержанием, направленное на проверку умения применять знания об арифметической и геометрической прогрессиях в прикладных задачах.	неверное установление вида прогрессии, вычислительные ошибки, непонимание прочитанного текста

Виды заданий на данной позиции в КИМах
(по [кодификатору](#)):

- - Арифметическая прогрессия. Формула общего члена арифметической прогрессии;
- Формула суммы первых нескольких членов арифметической прогрессии;
- Геометрическая прогрессия. Формула общего члена геометрической прогрессии;
- Формула суммы первых нескольких членов геометрической прогрессии.

Справочный материал КИМ ОГЭ

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

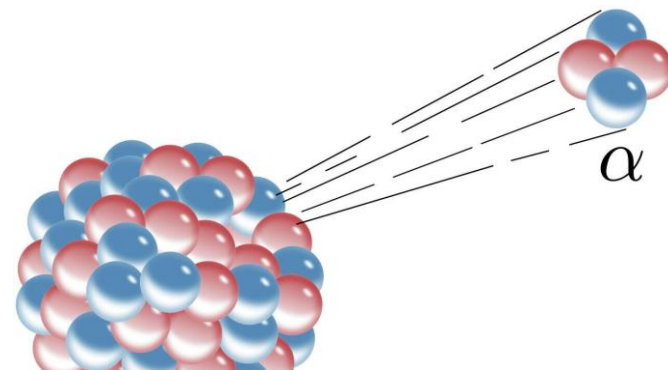
Прототипы задания № 14 из открытого банка заданий

<https://oge.fipi.ru/>

- В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается **вдвое** каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 640 мг. Найдите массу изотопа через 42 минуты. Ответ дайте в миллиграммах.
- В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 13 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается **в 3 раза**. Найдите массу колонии микроорганизмов через 120 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.
- В ходе бета-распада радиоактивного изотопа А каждые 7 минут **половина** его атомов без потери массы преобразуются в атомы стабильного изотопа Б. В начальный момент масса изотопа А составляла 480 мг. Найдите массу образовавшегося изотопа Б через 35 минут. Ответ дайте в миллиграммах.
- У Яны есть попрыгунчик (каучуковый шарик). Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока попрыгунчик подлетел на высоту 240 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту **в два раза** меньше предыдущей. После какого по счёту отскока высота, на которую подлетит попрыгунчик, станет меньше 5 см?
- При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась **на 6°C** . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 4 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -7°C .
- В амфитеатре 10 рядов. В первом ряду 25 мест, а в каждом следующем **на 3 места** больше, чем в предыдущем. Сколько мест в восьмом ряду амфитеатра?
- В амфитеатре 11 рядов. В первом ряду 16 мест, а в каждом следующем **на 3 места** больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?
- Камень бросают в глубокое ущелье. При этом в первую секунду он пролетает 6 метров, а в каждую следующую секунду **на 10 метров** больше, чем в предыдущую, до тех пор, пока не достигнет дна ущелья. Сколько метров пролетит камень за первые пять секунд?

Практикум по решению задач

В ходе бета-распада радиоактивного изотопа А каждые 8 минут половина его атомов без потери массы преобразуются в атомы стабильного изотопа Б. В начальный момент масса изотопа А составляла 160 мг. Найдите массу образовавшегося изотопа Б через 40 минут. Ответ дайте в миллиграммах.



1 вариант

Можем решить по формуле:

Рост массы стабильного изотопа представляет собой геометрическую прогрессию с первым членом $b_1 = 80$ и знаменателем $q = 0,5$

Сумма геометрической прогрессии n членов может быть найдена по формуле $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$.

Необходимо найти массу стабильного изотопа Б через 40 минут, то есть S_5 , имеем:

$$S_5 = 80 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^5 - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 155 \text{ мг.}$$

Ответ: 155.

2 вариант

Можно составить таблицу:

Время	Масса изотопа А, постоянно уменьшающаяся вдвое	Масса изотопа Б, вбирающего в себя половину массы изотопа А
Старт	160	0
Через 8 мин	80	$0 + 80 = 80$
Через 16 мин	40	$80 + 40 = 120$
Через 24 мин	20	$120 + 20 = 140$
Через 32 мин	10	$140 + 10 = 150$
Через 40 мин	5	$150 + 5 = 155$

Ответ: 155

3 вариант

Можно порассуждать:

Допустим, что изотоп А-это Вы, а изотоп В – это ваш друг, изначально у вас было 160 конфет и каждые 8 минут вы отдаете половину своих конфет другу и нужно определить сколько будет конфет у друга через 40 минут

- 1. Определим, сколько раз вы отдаете другу половину своих конфет
 $40:8=5$ раз
- 2. Определим, сколько конфет останется у вас
 $160:2:2:2:2:2=5$ - это изотоп А
- 3. $160-5=155$ изотоп Б

Ответ: 155

Практикум по решению задач

При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 5°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 9 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -8°C .

1 вариант

Решим по формуле:

Воспользуемся формулой арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

где a_n – n -ый член прогрессии, a_1 – первый член прогрессии, d – разность прогрессии, n – номер члена прогрессии.

По условию задачи первый член прогрессии $a_1 = -8$, разность прогрессии $d = -5$, а $n = 10$, потому что через одну минуту после начала испытания получаем второй член прогрессии, соответственно после пятой минуты получим шестой член прогрессии, после девятой минуты десятый член.

Подставляем в формулу и вычисляем:

$$a_n = a_1 + d(n-1) = -8 + (-5)(10-1) = -8 - 45 = -53$$

Ответ: -53

2 вариант

Можно механически записать в столбец все члены прогрессии с шагом -5

Через 1 минуту	$-8-5=-13$
Через 2 минуты	$-13-5=-18$
Через 3 минуты	$-18-5=-23$
Через 4 минуты	$-23-5=-28$
Через 5 минут	$-28-5=-33$
Через 6 минут	$-33-5=-38$
Через 7 минут	$-38-5=-43$
Через 8 минут	$-43-5=-48$
Через 9 минут	$-48-5=-53$

Ответ: -53

3 вариант

Можно порассуждать:

Если температура каждую минуту уменьшается на 5° , значит, за 9 минут она уменьшится на 45°

А от начальной температуры -8 она понизилась до:

$$-8^{\circ} + (-45^{\circ}) = -53^{\circ}$$

Ответ: -53

Практикум по решению задач

В течение 25 банковских дней акции компании дорожали ежедневно на одну и ту же сумму. Сколько стоила акция компании в последний день этого периода, если в 7-й день акция стоила 999 рублей, а в 12-й день - 1064 рубля.

1 вариант

Решим по формуле:

Арифметическая прогрессия

$$\left| \begin{array}{l} a_7 = a_1 + 6d \\ a_{12} = a_1 + 11d \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} 999 = a_1 + 6d \\ 1064 = a_1 + 11d \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 1064 - 999 &= a_1 - a_1 + 11d - 6d \\ 65 &= 5d \end{aligned}$$

$$65 : 5 = d \quad \mathbf{d = 13}$$

$$\mathbf{a_{25}} = a_1 + 24d = a_1 + 11d + 13d = a_{12} + 13d = 1064 + 13 \cdot 13 = 1064 + 169 = \mathbf{1233}$$

Ответ: 1233

2 вариант

Можно порассуждать:

Акции подорожали с 7 по 12 день на $1064 - 999 = 65$ рублей.

При этом прошло $12 - 7 = 5$ дней.

Значит за день акции дорожают на $65 \div 5 = 13$ рублей.

За первые 12 дней стоимость акций составляла 999 рублей.

Найдем на сколько подорожают акции с 12 по 25 день: $13 \cdot 13 = 169$ рублей (умножили на 13, т.к. с 12 по 25 прошло $25 - 12 = 13$ дней).

Значит, итоговая стоимость акций через 25 дней будет составлять $1064 + 169 = 1233$ рубля.

Ответ: 1233